

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ**

**«Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения»**

На правах рукописи

Балонин Николай Алексеевич

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ МЕТОДЫ
АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (по прикладной математике и процессам управления)

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант –
доктор технических наук,
профессор М.Б. Сергеев

Санкт-Петербург 2008

О Г Л А В Л Е Н И Е

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ОБЗОР МЕТОДОВ КОМПЬЮТЕРНОГО АНАЛИЗА СИСТЕМ	11
1.1. Сингулярные числа и сингулярные векторы матриц	11
1.2. Сингулярные числа и сингулярные функции динамических систем	13
1.3. Содержание ганкелева эксперимента с объектом	17
1.4. Применение сингулярных чисел для идентификации систем	21
1.5. Вопросы системного анализа условий идентифицируемости	23
1.6. Выводы	25
2. СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ИХ СИММЕТРИЙ	27
2.1. Введение	27
2.2. Поиск симметричных или самосопряженных частей	28
2.3. Мультипликативное симметрирование систем	33
2.4. Аддитивное симметрирование систем	36
2.5. Симметрия собственных функций систем	41
2.6. Примеры экспериментов с симметричными операторами систем	43
2.7. Выводы	47
3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОИСКА СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	48
3.1. Спектральные характеристики на ограниченном интервале времени	48
3.2. Сингулярные функции систем	51
3.3. Свойства сингулярных функций	58
3.4. Поиск сингулярных функций на основе частотного подхода	69
3.5. Графо-аналитический метод исследования	78
3.6. Выводы	81

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ	
ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАТУРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА	82
4.1. Основные понятия и определения	82
4.2. Содержание флип-метода в натурном эксперименте	84
4.3. Распространение флип-метода на другие операторы	93
4.4. Примеры применения флип-метода	101
4.5. Алгоритмы идентификация на основе сингулярных функций	107
4.6. Выводы	120
5. СИСТЕМНЫЕ КРИТЕРИИ И ВЫРОЖДЕННЫЕ ЗАДАЧИ	121
5.1. Введение	121
5.2. Матричное уравнение Сильвестра	123
5.3. Меры модального доминирования	127
5.4. Автоматизация выбора спектра	138
5.5. Решение вырожденных задач идентификации	143
5.6. Идентифицируемость систем	150
5.7. Учет ограничений на управления	165
5.8. Алгоритмическое и программное обеспечение	172
5.9. Выводы	174
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	175
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	176
ПРИЛОЖЕНИЕ	189

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Распространение персональных вычислительных машин приводит к появлению новых компьютерных методов анализа и обработки информации. Этому в немалой степени способствует становление известных в мировой практике пакетов численного анализа, символьных вычислений, структурного моделирования MATLAB, Maple и др. Последнее время возрастает влияние сетевых технологий, способствующих распространению и накоплению знаний. Компьютер становится существенной частью научного исследования, выполняя многочисленные задачи анализа и синтеза систем, включая визуализацию результатов научного эксперимента. Все это сказывается, в свою очередь, на теории и методах обработки информации, куда проникают подходы, сложившиеся на основе обширной вычислительной практики.

В диссертации рассматривается направление, связанное с так называемым ганкелевым экспериментом над объектом моделирования, когда время подачи воздействия на динамическую систему и наблюдение реакции на него разделены. При этом, благодаря вычислительному устройству легко выполняются некоторые необходимые манипуляции с накапливаемыми выборками сигналов, такие, как инверсия выборки реакции во времени и выработка нового управляющего сигнала на основе нормирования полученной выборки. Теоретическое обоснование целесообразности ганкелевых экспериментов возникло ввиду последовательного развития теории динамических систем в девяностых годах на базе изучения ганкелева оператора и его применений. Такие понятия, как ганкелева норма передаточной функции, ганкелевы сингулярные числа и др. широко используются ныне при решении задач аппроксимации и редукции, при синтезе робастных систем управления методами H_∞ -теории, при решении задач идентификации моделей динамических систем.

Численные алгоритмы вычисления ганкелевой нормы передаточной функции, ганкелевых чисел, ганкелевых функции, канонической формы Мура и другие реализованы в широко распространенной системе MATLAB.

В теории ганкелева эксперимента бесконечный интервал времени заменяется конечным, причем входной или выходной сигнал рассматриваются в инверсном времени. В таком случае удастся учесть не только ограничение на интервал времени, но и использовать аппарат соответствующих собственных функций. Собственные и сингулярные функции ганкелева оператора находятся распространенными пакетами математического моделирования, такими, как MATLAB, при известном математическом описании объекта. В то же время для практики (в особенности, в условиях натурального эксперимента) типична ситуация, когда математическое описание реального объекта известно недостоверно, либо вообще неизвестно. Тем самым, математическая теория развита в относительно узких пределах постановки ганкелева эксперимента с объектом – даже небольшие условия изменения его приводят к тому, что существующий математический аппарат становится непригодным и требуется создать более детальное математическое описание.

Указанными обстоятельствами определяется актуальность разработки новых подходов, позволяющих систематизировать и исследовать возникающие при этом достаточно сложные математические задачи, дать на основе новых математических моделей рекомендации к проведению натуральных экспериментов с односвязными или многосвязными динамическими объектами.

Цель исследования. Целью настоящей диссертационной работы, соответственно, является обобщение известных компьютерных методов анализа линейных динамических систем с выработкой новых теоретических подходов, формирование существенно новых методов, алгоритмов и реализующего их программного обеспечения. Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие задачи:

1. Расширение и систематизация состава линейных операторов, близких к ганкелевому, на основе признаков их симметрий.

2. Разработка аналитических и численных методов поиска собственных и сингулярных чисел и собственных и сингулярных функций выделенных систематизированных операторов динамических систем.

3. Выявление связи классических частотных характеристик динамических систем с собственными или сингулярными числами математических моделей динамических систем на ограниченном интервале времени.

4. Исследование возможности поиска ганкелевых, собственных и сингулярных функций для односвязных и многосвязных динамических систем в процессе натурального эксперимента с объектом при неизвестном математическом описании объекта.

5. Разработка новых численных методов идентификации динамических систем, в том числе, на основе ганкелевых, собственных и сингулярных функций.

6. Разработка современных методов анализа и синтеза адаптивных систем и визуализации научного эксперимента с целью повышения качества исследований.

Методы исследования. При исследовании аналитических моделей собственных и сингулярных функций динамических систем в работе использованы матричные методы, методы вариационного исчисления, методы анализа динамических систем в частотной области. При разработке алгоритмов и методов идентификации используются численные методы линейной алгебры.

Достоверность и обоснованность. Достоверность и обоснованность результатов исследований обеспечиваются корректностью применяемого математического аппарата, использованием нескольких независимых подходов к изучаемым вопросам, включая аналитические и численные методы с апробацией итогов проведенной работы в научных журналах.

Научные результаты, выносимые на защиту.

1. Проведено исследование математических моделей экспериментов, близких к ганкелевому, и проведена систематизация соответствующих ассоциированных с динамической системой обобщенных операторов на основе признаков симметрий.

2. Предложен флип-метод поиска ганкелевых, собственных и сингулярных функций односвязных и многосвязных динамических систем, моделируемых на ограниченном интервале времени.

3. Разработаны матричные численные методы поиска ганкелевых, собственных и сингулярных функций односвязных и многосвязных динамических систем.

4. Разработан частотный метод поиска собственных и сингулярных чисел и функций динамических систем с использованием частотной модели флип-оператора. Получены аналитические выражения для характеристических уравнений, собственных и сингулярных функций элементарных звеньев (интегратора, аperiodического звена, колебательного звена и прочих).

5. Показана связь классических частотных характеристик динамических систем с собственными или сингулярными числами математических динамических систем, моделируемых на ограниченном интервале времени.

6. Построены алгоритмы поиска ганкелевых, собственных и сингулярных функций односвязных и многосвязных динамических систем в процессе натурального эксперимента с объектом.

7. Разработаны численные методы идентификации динамических систем на основе ганкелевых, собственных и сингулярных функций односвязных и многосвязных динамических систем.

Научная новизна работы. В диссертации существенно расширен состав компьютерных экспериментов, сходных с ганкелевым. Учитывается также, что математическая модель линейного динамического объекта может быть известна недостоверно. Использование существующего математического аппарата и программного обеспечения в таких случаях затруднено или невозможно. Все выносимые на защиту положения нацелены на преодоление отмеченных сложностей и имеют научную новизну.

Практическая ценность и реализация. Предлагаемая методология имеет широкую сферу практического применения при решении задач технической диагностики и идентификации динамических объектов различных классов. Она позволяет существенно повысить эффективность проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. Практическая ценность результатов работы состоит в их реализации в виде современных компьютерных инструментальных средств: специализированного пакета VISUAL MATLAB и пакета MALAB он-лайн для решения научно-исследовательских задач в сети, опубликованных на сайтах Exponenta.ru (дистрибутора MATLAB в России), EqWorld (Мир математических уравнений). Сопровождающий пакет научно-образовательный портал artspb.com внесен в реестр федеральных порталов на сайте Министерства образования и науки и доступен широкому употреблению.

Результаты работы использованы также в научных отчетах по исследованию фундаментальной проблемы формировании основ математической теории функциональной диагностики динамических систем в рамках научных работ Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ).

Апробация работы. Основные научные и практические результаты диссертационной работы были представлены и одобрены на отечественных и международных конференциях и семинарах, в том числе на Второй Российско-Шведской конференции 1995 года, на Международных научно-технических конференциях ДИМЭБ по диагностике, информатике,

метрологии, экологии и безопасности (1995-1998 гг. Санкт-Петербург), на конференциях того же уровня по проблемам логико-лингвистического управления динамическими объектами (DOLLC 1999-2001 г., Санкт-Петербург), на конференциях в городах Москва, Саранск, Алушта, и др. и на теоретических семинарах кафедр вычислительных систем и сетей ГУАП, теоретической кибернетики СПбГУ, на семинарах институтов Машиноведения РАН и СПИИРАН в 2001-2005 г. Помимо прочего результаты диссертации регулярно апробировались в рамках отчетов по проекту Минобразования 01-01-00011 и грантов РФФИ за номерами 95-0100044, 96-01-14088, 98-01-0011, 04-01-00464 за 2004-2006 г.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены самостоятельно и в соавторстве в 3 книгах и 42 других публикациях (из них 12 опубликованы в периодических изданиях, входящих в перечень ВАК), в том числе имеется 5 авторских свидетельств на изобретения.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения.

В первой главе проводится обзор основных понятий, используемых в диссертации, рассматриваются определения сингулярных чисел и функций ганкелева оператора линейной динамической системы, поясняется метод их нахождения, не требующий знания математического описания объекта, приводится описание ганкелева эксперимента с объектом, рассматриваются его математические модели, а также модели ганкелевых функций. Ставится расширенная постановка задачи на проведение ганкелева эксперимента. Описывается применение сингулярных чисел в задачах идентификации. Приводятся также сведения по идентифицируемости систем как части компьютерного системного анализа.

Вторая глава имеет цель описать и систематизировать ряд операторов, ассоциированных с линейной динамической системой, обладающих разными видами симметрии. При этом наряду с обычной рассматривается симметрия ганкелева и теплицева типа, а также некоторые виды скрытой симметрии.

В третьей главе рассмотрены спектральные свойства линейных динамических систем на ограниченном интервале времени. Показана связь исследуемых сингулярных характеристик с классическими частотными характеристиками. Исследованы сингулярные характеристики типовых динамических звеньев, трансцендентные характеристические уравнения, парциальные спектры сингулярных функций. В методическом отношении такой подход полезен, поскольку он позволяет предсказать поведение динамических систем, у которых по мере уменьшения интервала времени T меняются спектральный состав и "удельный вес" парциальных компонент, так что на малом интервале времени они становятся сходными с элементарными звеньями.

В четвертой главе флип-метод распространен на оператор свертки и другие операторы, связанные с системой. Рассмотрены примеры применения флип-метода для определения сингулярных функций операторов динамических систем: в процессе натурального эксперимента для электрической цепи и для системы связанных резервуаров. Предложены численные методы идентификации динамических систем, включая идентификацию их на основе исследуемых сингулярных функций.

В пятой главе рассмотрены дополнительные вопросы построения системных критериев управляемости и идентифицируемости, мер модального доминирования, алгоритмы решения вырожденных задач идентификации. Рассмотрены также вопросы визуализации компьютерных экспериментов, реализации разработанных численных методов в составе пакетов автора VISUAL MATLAB, MATLAB ON LINE и др.

В заключении приведены основные научно-технические результаты и сделаны выводы по диссертационной работе.

В приложение помещено описание программного обеспечения, разработанного автором.